

立命合宿 2018 Day3

D: 素因数分解の多様性

- 原案 : 瀧澤
- 問題文 : 瀧澤
- 解答 : 瀧澤・杉江
- 解説 : 杉江

問題概要

• 素因数分解マシン

- 自然数を素因数分解し、素因数が小さい順に出力
- 数字以外を表示できないバグがある（ \times や累乗は区別できない）
 - 例えば $22 = 2 \times 11$ で、 $2048 = 2^{11}$ だが、どちらも “2 11” と表示
- 素因数分解マシンの出力をメモしたが、元の数字がわからない
 - 表示された整数の個数は N 個、 i 番目に表示された数字は q_i
- 元の自然数としてありえるものはいくつあるか？

• 制約

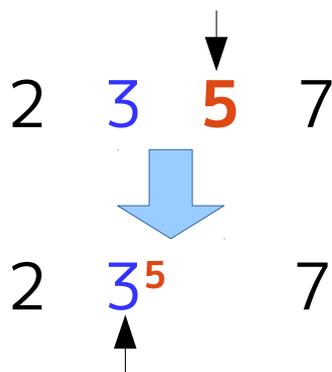
- $1 \leq N \leq 10^5$
- $2 \leq q_i \leq 10^6$

考察

• 数字は二連続で素因数の肩に乗らない

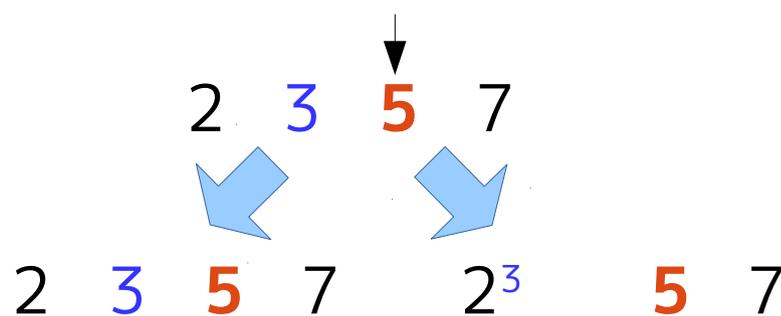
- 2^{3^5} みたいな形になることはない！
- ある数字が素因数の肩に乗る場合 . . .
 - その前の数字は**必ず素因数として使われる**
- ある数字が素因数の肩に乗らず、素因数として使われる場合 . . .
 - その前の数字は**素因数として使われている**・**素因数の肩に乗っている** のどちらか

素因数の肩に乗る場合



前の数字は必ず素因数として使う

素因数の肩に乗らない場合



ふたつの可能性がある

考察

- 数字が素因数の肩に乗らず、素因数として使われる場合

- 必ずしも “いつも” 2 通りあるわけではない

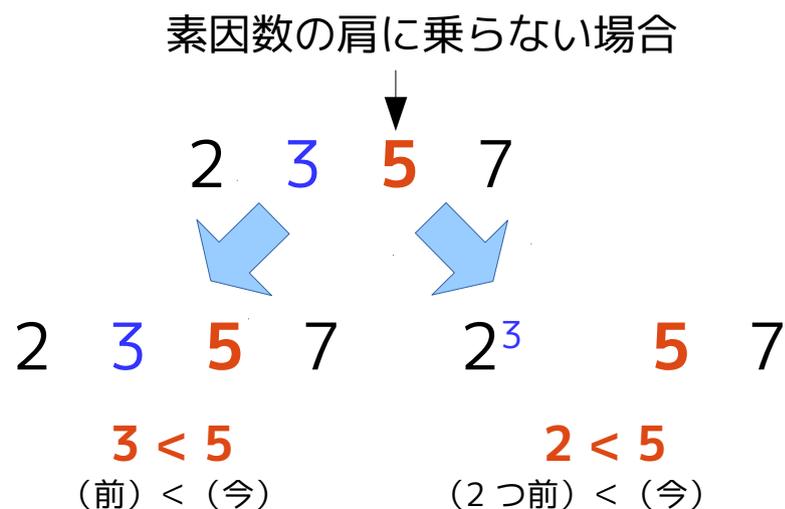
- 前の数字が素因数として使われている場合

- (前の数字) < (今の数字) ならば、この場合があり得る

- 前の数字が素因数として使われていない (素因数の肩) 場合

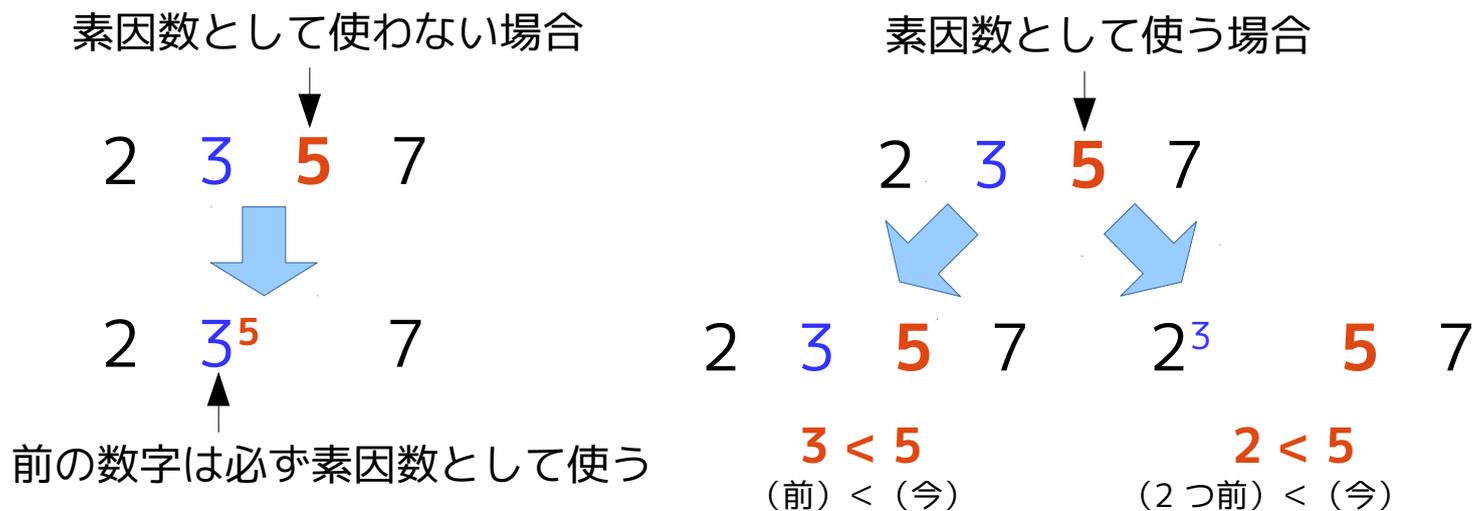
- (2 つ前の数字) < (今の数字) ならば、この場合があり得る

- それぞれ、素数判定を忘れずに！



想定解法

- エラトステネスの篩などで素数判定を $O(1)$ でできるよう前処理
- **動的計画法**
 - $dp[i][flag] := i$ 番目の数字まで見て、 i 番目を素因数として (使わない / 使う) ときの場合の数
- エラトステネスが一番重く、値の最大値を M とおくととき、
計算量 $O(M \log \log M)$



想定解法

• 初期化

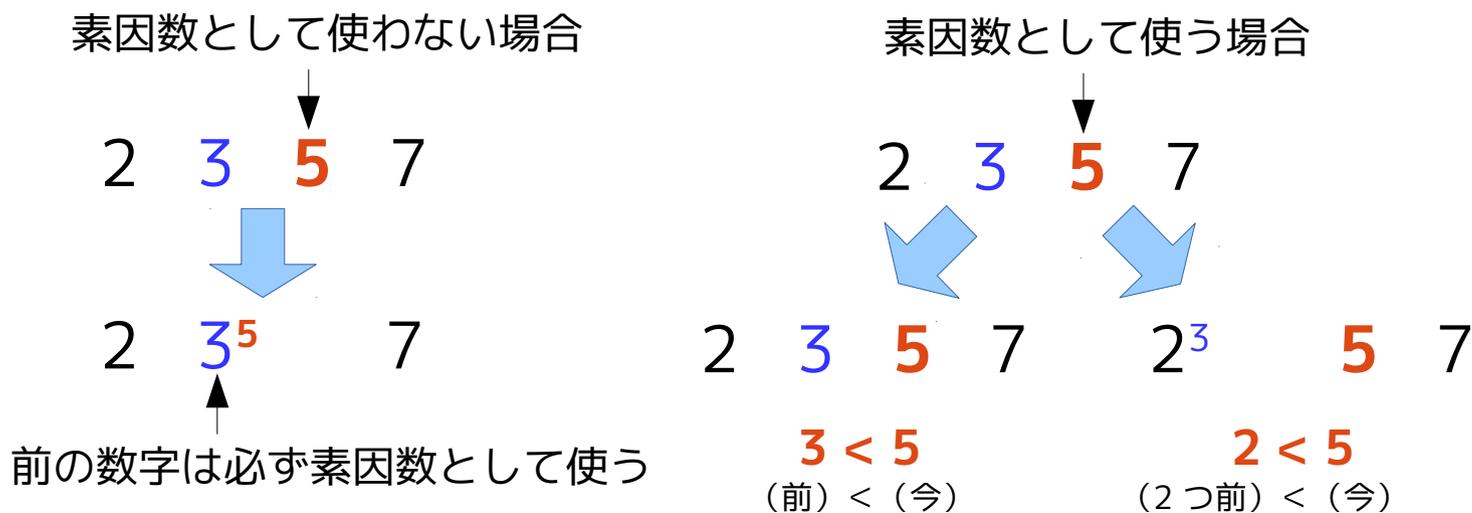
- $dp[1][1] \rightarrow$ 最初の数が素数なら 1 で、そうでないなら 0

• 遷移

- $dp[i][0] \rightarrow$ $q[i-1]$ が素数の場合、 $dp[i-1][1]$ を足す
- $dp[i][1] \rightarrow$ $q[i]$ が素数の場合、以下を行う
 - $q[i-1]$ が素数 かつ $q[i-1] < q[i]$ のとき、 $dp[i-1][1]$ を足す
 - $q[i-2]$ が素数 かつ $q[i-2] < q[i]$ のとき、 $dp[i-1][0]$ を足す

• 答え

- $dp[N][0] + dp[N][1]$



Writer 解 & 統計

- **Writer 解**

- 瀧澤 : 873 bytes, 40 lines (C++)
- 杉江 : 1153 bytes, 49 lines (C++)

- **Accept / Submission**

- 47.06 % (40 / 85)

- **First Acceptance**

- On-site : RUPC_ENERGY_STAR (00:16:10)
- On-line : ninjaribaton (00:13:06)