

RUPC2016 Day3

D: Complex Oracle

原案 : 井上
解説 : 井上
問題文 : 井上
解答 : 青木・井上

問題概要

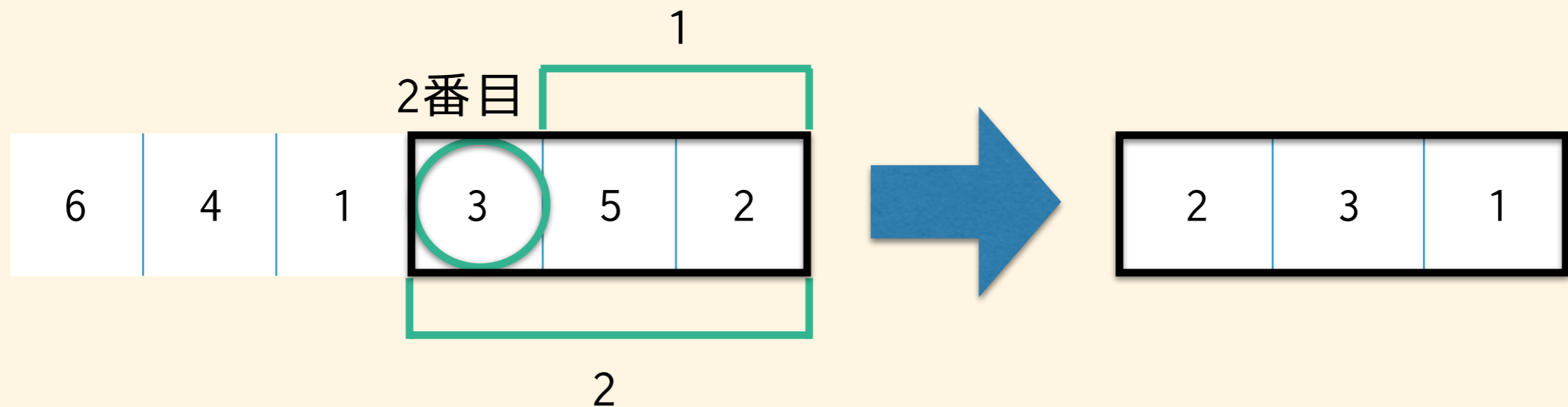
- ・ 長さ N の順列 p が隠されている
- ・ 2つの整数 l, r をサーバーに送ると、区間 $[l, r]$ のコンプレックス度を教えてくれる
 - ・ コンプレックス度 $:= |\{ (i, j) \mid p_i > p_j \text{ かつ } l \leq i < j \leq r \}|$
- ・ 200,000回以内のクエリで隠された順列 p を当てろ
- ・ 制約: $1 \leq N \leq 100,000$

問題概要

- ・ 長さ N の順列 p が隠されている
- ・ 2つの整数 l, r をサーバーに送ると、区間 $[l, r]$ のコンプレックス度を教えてくれる
 - ・ **コンプレックス度** $:= |\{ (i, j) \mid p_i > p_j \text{ かつ } 1 \leq i < j \leq r \}|$
= **転倒数** (=バブルソートの交換回数)
- ・ 200,000回以内のクエリで隠された順列 p を当てろ
- ・ 制約: $1 \leq N \leq 100,000$

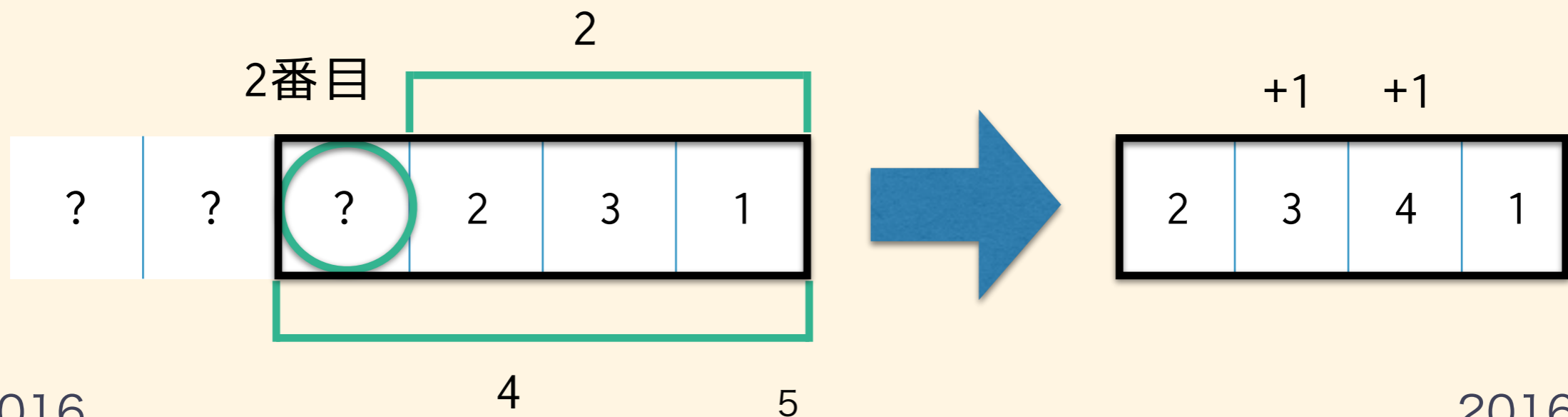
解法のアイデア

- $inv(1, r) = | \{ (i, j) \mid p_i > p_j \text{ かつ } 1 \leq i < j \leq r \} |$ とする
- $inv(1, r) - inv(1+1, r)$ から、1より右に p_1 より小さい値がいくつあるかわかる
→ $p[1, N]$ のみの順列での何番目かがわかる



TLE解法

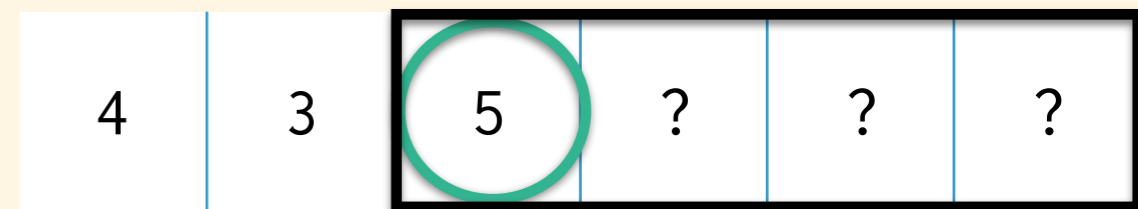
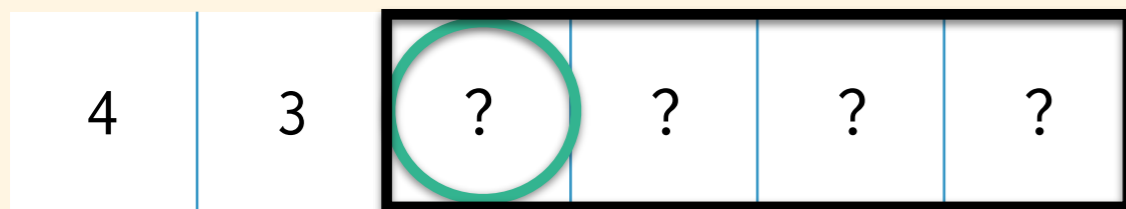
- $p[1, N]$ のみの順列での何番目かがわかる
- 後ろから更新、 $p[x]$ が $p[x, N]$ で k 番目なら、
 - $p[x+1, N]$ で $k \leq p[y]$ である $p[y]$ を1増やす
 - $p[x] = k$ とする
- クエリ $N-1$ 回、ナイーブに更新すると $O(N^2)$ でTLE



想定解法

- $p[1, N]$ のみの順列での何番目かがわかる
- 逆に、前から考えると、まだ使っていない数字で k 番目のものを使えばOK
 - 平衡二分木やセグメントツリーなどを使ってこのクエリを $O(\log N)$ で処理して、全体 $O(N \log N)$
 - クエリ $N-1$ 回

3番目

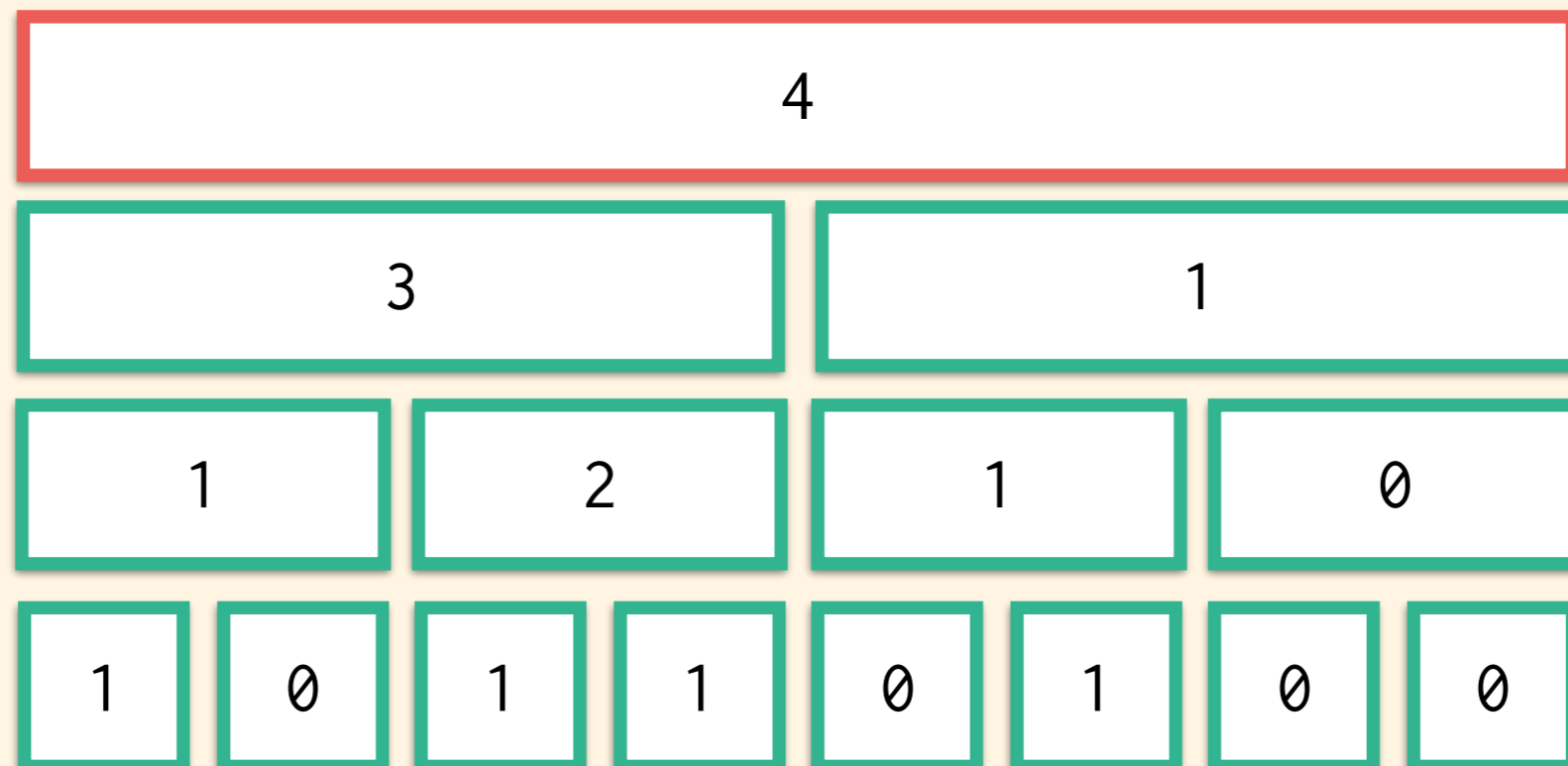


候補: {1, 2, 5, 6}

セグメントツリーを使う方法

- ・ セグメントツリーについては蟻本等を参照
- ・ k 番目の要素をとるため、区間和を管理する
 - ・ $k \leq \text{sum}$ なら左に降る
 - ・ 違うなら $k = k - \text{sum}$ として右に降る

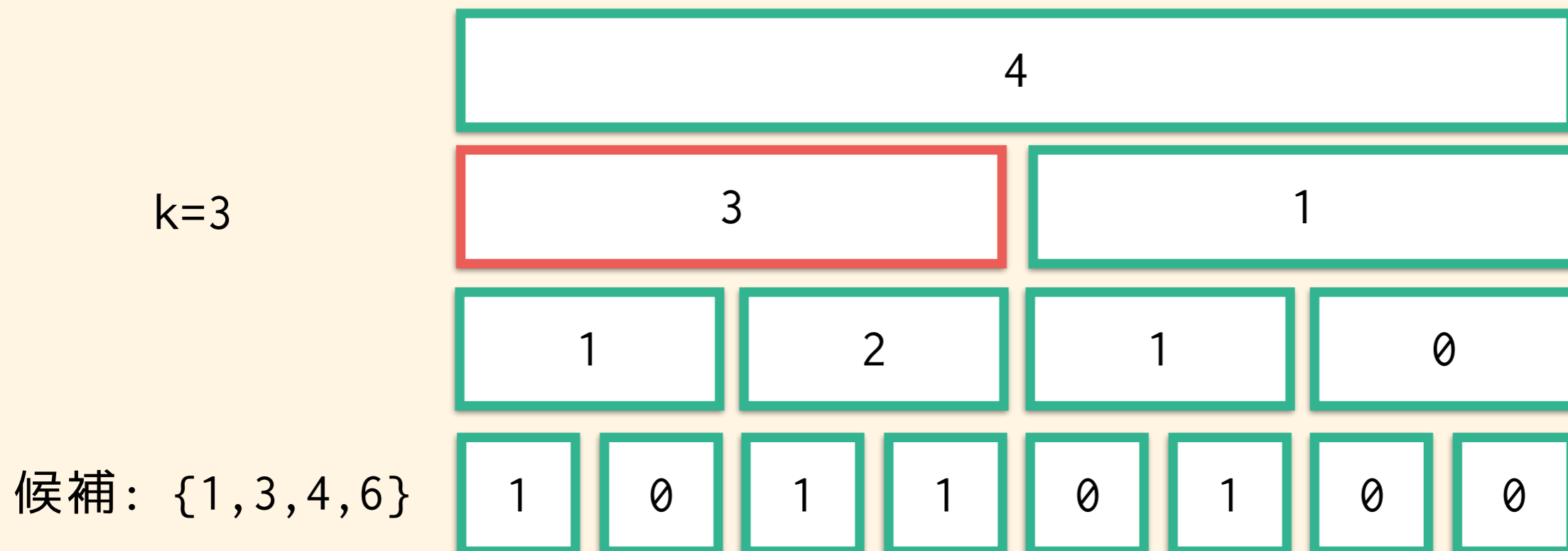
$k=3$



候補: {1, 3, 4, 6}

セグメントツリーを使う方法

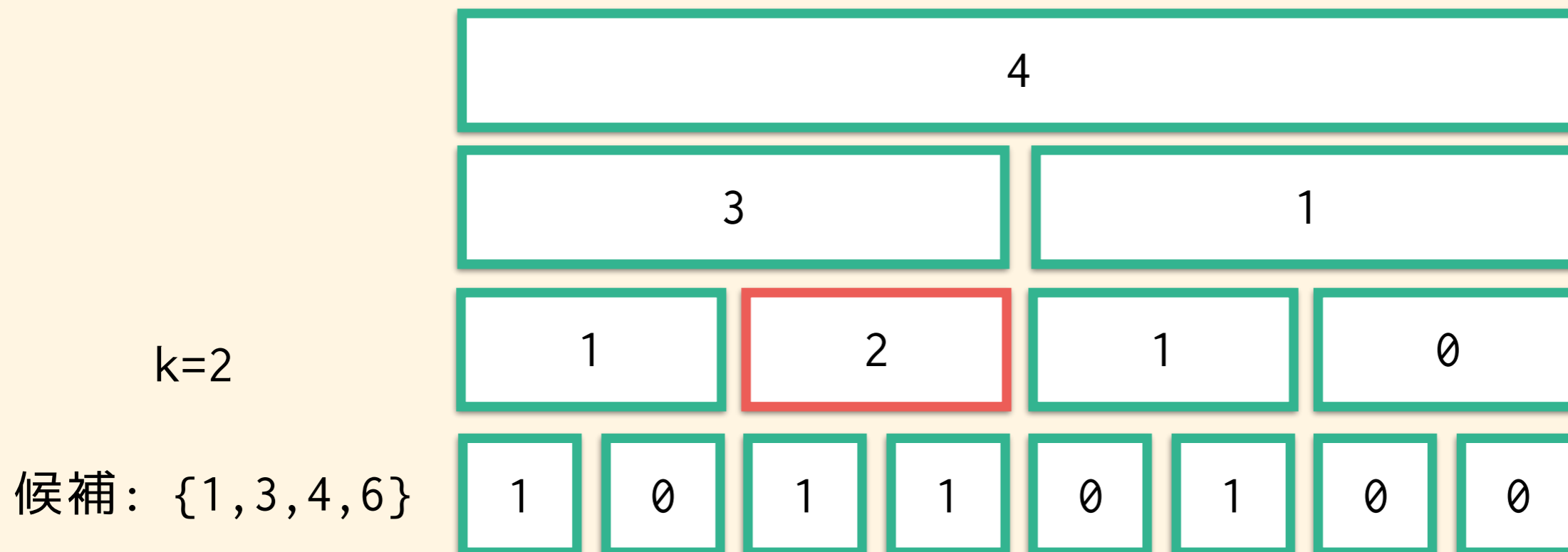
- セグメントツリーについては蟻本等を参照
- k 番目の要素をとるため、区間和を管理する
 - $k \leq \text{sum}$ なら左に降る
 - 違うなら $k = k - \text{sum}$ として右に降る



候補: {1, 3, 4, 6}

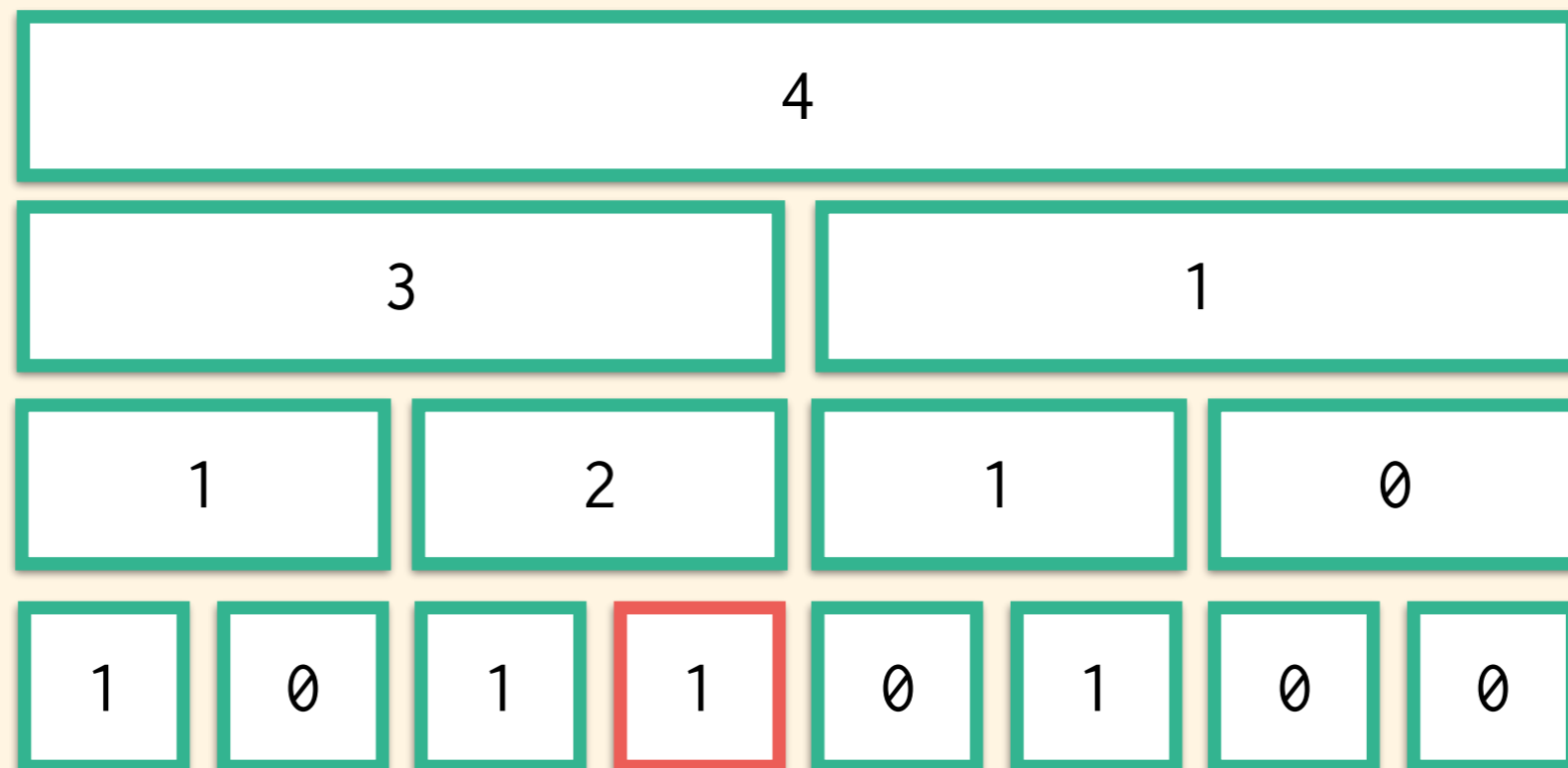
セグメントツリーを使う方法

- セグメントツリーについては蟻本等を参照
- k 番目の要素をとるため、区間和を管理する
 - $k \leq \text{sum}$ なら左に降る
 - 違うなら $k = k - \text{sum}$ として右に降る



セグメントツリーを使う方法

- セグメントツリーについては蟻本等を参照
- k 番目の要素をとるため、区間和を管理する
 - $k \leq \text{sum}$ なら左に降る
 - 違うなら $k = k - \text{sum}$ として右に降る

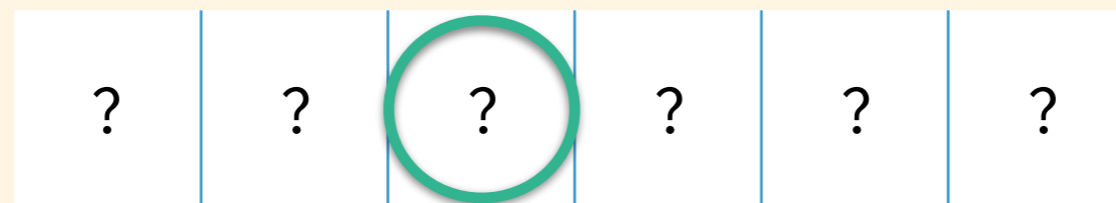


候補: {1, 3, 4, 6}

想定解法2

- $p[x, N]$ のみの順列での何番目かがわかる
- 逆方向にも同様のクエリを投げると、 $p[1, x]$ での(降順での)何番目かがわかる
 - $x-1$ 個のうち k 個が自分より大きい \rightarrow 自分は $x-k$ 番目
 - 左右に自分より小さい要素がそれぞれ a, b 個
 - \rightarrow 自分は全体で $a+b+1$ 番目 $\rightarrow p[x] = a+b+1$
- クエリ $2N-2$ 回、 $O(N)$

前から1番目



ジャッジ解

- 青木 (Java, $O(N)$): 59行 1886B
- 井上 (C++, $O(N)$): 44行 781B
- 井上 (C++, $O(N\log N)$): 71行 1308B

回答状況

- Accept / Submit
 - 15 / 47 (31.91%)
- First Acceptance
 - onsite: popnow (00:56)
 - online: rickytheta (00:33)