

F - 数列勝負

原案 monkukui

2022年3月19日

まず, $a_i \geq b_i$ である要素については変更する必要がないので, そのような要素を除いた数列を改めて a_1, \dots, a_k 及び b_1, \dots, b_k とし, これについて答えを求めれば良いです.

まず, $a_i \geq a_j$ かつ $b_i \geq b_j$ を満たすようなペア (i, j) については, b_i と a_j を交換することによって双方の条件を満たすことができます. そこで, 前記のペア (i, j) について辺を張り, 一般マッチングを求めることによりこのような操作によって条件を満たせるペアの最大値を求めることができます.

操作後に残った数列について, a の昇順でソートをすると b は狭義単調減少になっています. よって, $a_i, a_j, a_k (a_i > a_j > a_k)$ を満たすように (i, j, k) を選ぶ時, b は $b_i < b_j < b_k$ を満たします. このような3つの組について2回の操作で $(b_j, a_k), (a_j, a_i), (b_i, b_k)$ とすることで条件を達成することができ, 可能な限りこの方法で条件を満たすことが最適であることが示せます.

よって, 一般マッチングによりマッチングできる最大数を s , 結果としてのこった数列の要素数を t とすれば, $s + (t \bmod 3) + \lfloor t/3 \rfloor \times 2$ が答えとなります.

時間計算量は一般マッチングを求める部分がボトルネックになっているので, $O(N^3)$ となります.