

# E問題：鬼畜ノバノバ抜き

原案：井上

解答：栗田、竹内、井上

解説：竹内

# 問題概要

- ★高坂さん、園田さん、南さんの3人でババ抜きをする。
  - ★園田さんのカードを引く人は、園田さんの手札のカードが数字まで分かるので、自分が有利になるようにカードを引く。
  - ★高坂さんと南さんのカードを引く人は、相手の手札のカードから等確率に引く。
- ★引く順番は、高坂さんが南さんから、園田さんが高坂さんから、南さんが園田さんから、の順。
- ★使用するカードは1~ $n$ の数字が書かれたカードそれぞれ4枚ずつとジョーカー1枚の合計 $4n + 1$ 枚。
- ★カードの種類数  $n$ と初期の手札が与えられるので、園田さんが負けにならない確率を求めよ。
- ★主な制約
  - ★ $1 \leq n \leq 100$

# Sample Input

★ Sample 2

★  $n = 1$



1

1

0

1

1



★ Output (勝率) : 0.0

★ Sample 2

★  $n = 1$



1

1

0

1

1



★ Output (勝率) : 0.5

※ 0はジョーカー

# 考察

- ★初期の手札を整理すると、同じ数字のカードは全体で0枚か2枚になる。  
(誰かの手札で必ず2枚揃い、捨てられるから。)
- ★つまり各数字のカードは、次のパターンのうちいずれか。
  - A) 高坂さん、園田さんで1枚ずつ所有
  - B) 高坂さん、南さんで1枚ずつ所有
  - C) 園田さん、南さんで1枚ずつ所有
  - D) 誰も持っていない
- ★ここまで区別すれば、これ以上各カードを区別する必要がない。
- ★よって、ババ抜きの中の各戦況は、A,B,Cの各パターンのカードが何枚ずつあるのか (各 $n$ 通り)、ジョーカーを誰が持っているのか (3通り)、誰のターンなのか (3通り)、の情報で表すことができる。
- ★戦況の数は高々、 $O(n \times n \times n \times 3 \times 3) = O(n^3)$ である。

# 想定解法

- ★各戦況での園田さんの勝率を**DP（動的計画法）**で計算すればよい。
  - ★戦況間の遷移は、ババ抜きをシミュレーションすればよく、以下の通り。
    - ★高坂さんのターン
      - ★南さんから引く場合、等確率にカードを引く
      - ★園田さんから引く場合、一意に引くカードが定まる
    - ★園田さんのターン
      - ★高坂さんから引く場合、等確率にカードを引く
      - ★南さんから引く場合、等確率にカードを引く
    - ★南さんのターン
      - ★園田さんから引く場合、一意に引くカードが定まる
      - ★高坂さんから引く場合、すでに園田さんは勝利している（探索打ち切り）
- ★計算量は $O(n^3)$ で $n = 100$ なので間に合う。
- ★実装は大変になりがちだが、戦況間の遷移が複雑なので**メモ化再帰**で探索するのが楽かと思われる。

# 想定解法 補足

★戦況がループしてしまうと、探索が終わらない可能性があるが、実はループはない。以下、簡単な証明。

★2人でループするかどうか？

★園田さんを含む2人で勝負になった場合は、自明にループは起きない。

★高坂さんと南さんの2人ではループは起こりうるが、既に園田さんの勝利しており園田さん勝率には影響しないため問題ない。（それ以上、探索する必要がない。）

★3人でループするかどうか？

★南さんのターンを考える。

★園田さんの手札に、南さんの手札と共通のカードがある場合は、南さんはそのカードを必ず引き、場のカードが減るのでループは起こり得ない。

★そうでない場合、南さんが園田さんからカードを引いた後、考えられる南さんの手札はパターンAのカード（高坂&南）とジョーカーのみである。次の高坂さんのターンで、高坂さんがAのカードを引くと場のカードが減るのでループしない。一方、南さんがジョーカーを持っており、高坂さんがジョーカーを引くとループが起きるように思われるが、3人残った状態で南さんが園田さんからジョーカーを引くことはないのでループは起きない。

# ジャッジ解

★栗田 (C++) : 122 行 4032 B

★竹内 (C++) : 166 行 4912 B

★井上 (C++) : 134 行 2742 B

# 回答状況

★ Accept / Submit (rate)

★ 0 / 4 (0.0 %)

★ First Accept

★ online : (No team)

★ onsite : (No team)

★ (園田さんの勝率は闇の中...)